

42 Mit mathematischer Optimierung zu sicheren und klimafreundlichen Flügen

Eine spannende Herausforderung für die mathematische Theorie, Forschung und Praxis der optimalen Steuerung angewandt auf ein Problem von hoher gesellschaftlicher, ökologischer und ökonomischer Relevanz.

Ein Bericht aus der wissenschaftlichen Praxis von Prof. Dr. Ekaterina Kostina (Institut für angewandte Mathematik und Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg).

Wenn Ihr zum Himmel hinaufschaut und seltsame Muster von Kondensationsspuren seht (siehe Abbildung 62), habt Ihr Euch dann schon einmal gefragt, wie viele Flüge es so jeden Tag gibt?



Abbildung 62: Ein ruhiger Nachmittag in Heidelberg.

Sehen wir uns die Zahlen an, die im Jahresbericht³⁷ von EUROCONTROL, der Organisation für die zentrale Koordination der Flugsicherung in Europa, veröffentlicht werden: Es ist kaum zu glauben, aber im Jahr 2019, also noch vor der COVID-19-Pandemie, hat die Zahl der Flüge in Europa 11,1 Millionen erreicht. Allein in Deutschland starteten, landeten 2019 an jedem Tag mehr als 9.000 Flugzeuge in Deutschland oder flogen darüber. Im Jahr darauf waren es dann wegen der Pandemie in Europa zwar weniger als 5 Millionen Flüge, aber Experten gehen davon aus, dass im Falle einer erfolgreichen Impfkampagne schon 2024 der Flugverkehr das Niveau von 2019 wieder erreichen könnte. Langfristig wird sogar mit weiterem starkem Wachstum gerechnet. Selbst in Pandemiezeiten kann man nicht abstreiten, dass Flugreisen zu einer Selbstverständlichkeit in unserer Gesellschaft geworden sind und die Menschen mobiler denn je machen. Der wachsende Flugverkehr bringt allerdings viele Herausforderungen mit sich, nicht zuletzt auch für das Flugverkehrsmanagement.

³⁷<https://www.eurocontrol.int/publication/performance-review-report-prr-2019>

Das oberste Ziel des Flugverkehrsmanagements ist die Flugsicherheit. Das bedeutet, dass die Fluglotsen bei jedem Flug dafür sorgen müssen, dass alle Flugzeuge jederzeit ausreichend Abstand zueinander halten. Das ist aber nicht die einzige Schwierigkeit. Das Flugverkehrsmanagement muss sich auch mit den Verspätungen im System auseinandersetzen. Laut EUROCONTROL Jahresbericht 2019 waren bereits ein Zehntel aller Flüge in Europa verspätet. Das klingt vielleicht wenig, bewirkt aber erhebliche Störungen der gesamten Flugpläne, erschwert die Flugsicherheit und führt zu Staus in der Luft und auf den Flughäfen. Verspätungen sind nicht nur unangenehm für die Passagiere, sie führen auch zu längeren Flugstrecken, einer Verringerung der operativen Effizienz, einem Anstieg des Treibstoffverbrauchs und damit zu einem Anstieg der CO₂-Emissionen.

Und damit sind wir bei den Umweltproblemen, die mit dem Flugverkehr und den ehrgeizigen Klimazielen der EU verbunden sind. Ihr wisst vielleicht, dass die Europäische Union zur Bekämpfung des Klimawandels und der durch CO₂-Emissionen verursachten globalen Erwärmung strenge Nachhaltigkeitsziele für eine klimaneutrale und emissionsfreie Mobilität bis 2050 vereinbart hat. Laut „European Aviation Environmental Report 2019“³⁸ ist der Luftverkehr derzeit für 3 % der weltweiten Treibhausgasemissionen verantwortlich, aber langfristige Prognosen sehen den relativen Anteil des Luftverkehrs weiter steigen, da er auch mittelfristig auf fossile Brennstoffen angewiesen ist.

Ein Beispiel: ein typischer Flugzeug mit zwei Düsentriebwerken verbraucht während eines einstündigen Fluges mit 150 Passagieren 2.700 kg Kerosin, was zu einer Emission von etwa 8.5 Tonnen Kohlendioxid führt. Für Flüge in Europa summiert sich das dann z.B. 2016 auf insgesamt 171 Millionen Tonnen CO₂, fast doppelt so viel wie 1990.

Zu den Strategien zur Emissionsreduzierung gehören die Erneuerung der bestehenden Flugzeugflotte durch leichtere und treibstoffeffizientere Flugzeuge, die Entwicklung effizienterer Düsentriebwerke, kohlenstoffneutrale Biokraftstoffe, Wasserstoff- oder Elektroantriebe oder die Reduzierung des Luftwiderstands. Aber auch effiziente Flugverkehrsmanagementsysteme und die Planung treibstoffeffizienterer Flugrouten können eine wichtige Rolle bei der Emissionsreduzierung spielen, da das Flugverkehrsmanagement etwa 6 % des gesamten „Gate-to-Gate-Treibstoffverbrauchs“ beeinflussen kann.

Besonders während der verbrauchsintensiven Start- und Landephase können Fluglotsen und Flugplaner einen wichtigen Beitrag zur Reduzierung der Belastung leisten. Um all diese Herausforderungen zu bewältigen, benötigen Fluglotsen hochwertige Entscheidungsunterstützungswerkzeuge, um den anstehenden Verkehrsfluss effizient zu bewältigen. Die Entwicklung eines solchen Werkzeugs ist ohne moderne mathematische Methoden der optimalen Steuerung kaum möglich.

Historischer Exkurs

Moderne Methoden der optimalen Steuerung haben ihre Wurzeln in der Theorie der Variationsrechnung, die mit dem sogenannten „Brachistochron“-Problem (griechisch:

³⁸<https://www.eurocontrol.int/publication/european-aviation-environmental-report-2019>

brachistos=kürzeste, chronos=Zeit) begann. Das Problem wurde 1696 von Johann Bernoulli formuliert: Wie lautet die Kurve der kürzesten Fallzeit eines Massenpunktes, der unter dem Einfluss der Schwerkraft reibungsfrei von einem Punkt A zu einem Punkt B rollt? Die Lösung des Problems (das übrigens weder die direkte Verbindungsgerade der Punkte A und B, noch ein Kreisbogen ist) durch Johann Bernoulli und seinen Bruder Jacob, und später durch so eminente Wissenschaftler wie Gottfried Wilhelm Leibniz und Isaac Newton, Leonhard Euler und Joseph-Louis Lagrange zu den Arbeiten von Adrien-Marie Legendre und Karl Weierstraß und schließlich zur modernen Optimierungstheorie. Die Notwendigkeit, reale angewandte Probleme, z.B. der Raumfahrt, zu lösen, führte in den frühen 1950er Jahren zur Entstehung des sogenannten Maximumprinzips von Pontryagin in der Theorie der optimalen Steuerung. Das Maximumprinzip beschreibt die Bedingungen, die von der optimalen Lösung erfüllt werden müssen und hat sich in der Anwendung als äußerst wertvoll erwiesen.

Bereits in den 1980er Jahren wurden diese Methoden zur Optimierung nichtlinearer Prozesse eingesetzt, teilweise mit beeindruckenden Ergebnissen. Allerdings muss die optimale Steuerung „indirekt“ bestimmt werden, aus einem sehr schwierig aufzustellenden und zu lösenden Randwertproblem mit adjungierten Gleichungen. Mit zunehmender Komplexität der praktischen Anwendungen erwies sich dieser Ansatz als nicht mehr geeignet, die Probleme zu lösen. Daher wurde er durch Methoden ersetzt, bei denen optimale Steuerungen „indirekt“ als Entscheidungsvariablen berechnet werden. Moderne Verfahren basieren auf der „indirekten Mehrzielmethode“, einer Methode, die in den 1980er Jahren von dem Heidelberger Mathematiker Hans Georg Bock eingeführt wurde. Am Interdisziplinären Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen der Universität Heidelberg werden von mir und anderen Arbeitsgruppen hocheffiziente Verfahren dieser Art für viele verschiedene Problemklassen und Komplexitäten entwickelt und verbessert.

Wie können wir die Methoden der optimalen Steuerung auf Probleme des Flugverkehrsmanagements anwenden?

Wir diskutieren ein Optimalsteuerungsproblem zur Bestimmung verbrauchsoptimaler und kollisionsfreier Flugbahnen für mehrere Flugzeuge im Reiseflug und im Landeanflug. Wir untersuchen also einen Luftraumsektor S in der Luft während eines bestimmten Zeitraums und zielen darauf ab, den optimalen Weg zu finden, alle Flugzeuge durch S zu navigieren unter Einhaltung von Sicherheitsabständen. Zunächst beginnen wir mit der mathematischen Modellierung der Bewegungen aller Flugzeuge in dem gegebenen Sektor. In unserer Anwendung besteht das Modell aus einem nichtlinearen System von Differentialgleichungen der Flugdynamik, das beschreibt, wie sich die „Zustände“, d.h. Flugrichtung, Geschwindigkeit und die räumliche Position in der Zeit entwickeln.

Die dreidimensionale Flugbahn lässt sich durch sieben Zustände und drei Steuerungen beschreiben und repräsentiert die Translationsdynamik des Flugzeugs. Die sieben Zustände in Abbildung 63 sind die (x, y) -Position, die Höhe z , die Geschwindigkeit v , der Kurswinkel χ , der Steigwinkel γ und die Flugzeugmasse m . Die drei Steuerungen sind

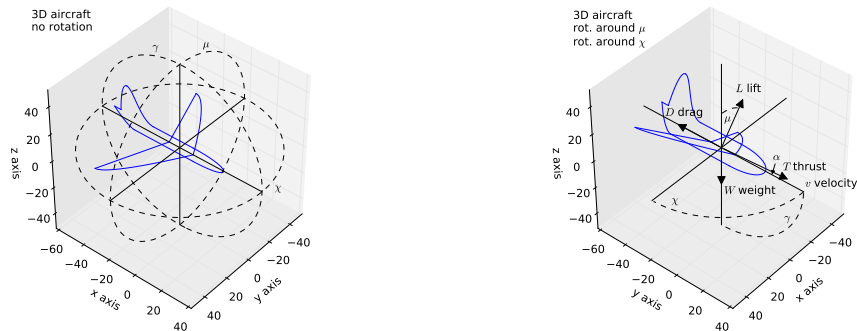


Abbildung 63: Darstellung der Zustände und auf das Flugzeug wirkenden Kräfte.

der Anstellwinkel α , der Querneigungswinkel μ und die Schubhebelstellung δ . Der Anstellwinkel α ist der Winkel zwischen den Tragflächen und der ankommenden Luft. Der Anstellwinkel wird durch die Klappe an den Flügeln gesteuert und hat die Aufgabe, die aerodynamischen Kräfte und Momente um den Schwerpunkt des Flugzeugs auszugleichen. Der Querneigungswinkel μ wird durch die Querruder bewirkt und hat die Aufgabe, die Richtung des Auftriebsvektors in Bezug auf den Windgeschwindigkeitsvektor bei einem gegebenen Anstellwinkel zu ändern. In unserem Modell wird der Schub durch die Schubhebelposition δ gesteuert. Die Schubhebelposition hat einen Wert zwischen dem Null- und Maximalschub, der von den Triebwerken erzeugt wird.

Als Ergebnis erhalten wir die folgenden Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= v(t) \cos \chi(t) \cos \gamma(t), \\ \dot{y}(t) &= v(t) \sin \chi(t) \cos \gamma(t), \\ \dot{z}(t) &= v(t) \sin \gamma(t), \\ \dot{v}(t) &= \frac{1}{m(t)} \left(T_{\max} \delta(t) - D(v(t), \alpha(t)) \right) - g \sin \gamma(t), \\ \dot{\chi}(t) &= \frac{1}{m(t) v(t) \gamma(t)} L(v(t), \alpha(t)) \sin \mu(t), \\ \dot{\gamma}(t) &= \frac{1}{m(t) v(t)} L(v(t), \alpha(t)) \cos \mu(t) - g m(t) \sin \gamma(t), \\ \dot{m}(t) &= -f_r T_{\max} \delta(t).\end{aligned}$$

Die Konstanten T_{\max} - der maximale Schub, und f_r - die Treibstoffverbrauchsrate, hängen vom Flugzeugmodell ab. Für die aerodynamischen Auftriebs- und Widerstandskräfte gibt es spezielle Modelle (Gleichungen), die vom Flugzeugmodell, den atmosphärischen Bedingungen, der effektiven Flügelfläche und der Luftdichte abhängen.

Die Trajektorien der einzelnen Flugzeuge müssen mehrere Nebenbedingungen erfüllen, wie z.B. Anfangs- und Endbedingungen. Weitere Ungleichungsbedingungen definieren die Leistungsgrenzen des Flugzeugs, wie z.B. die maximale Geschwindigkeit,

sorgen aber auch für einen komfortablen Flug. Für die Modellierung des Optimierungsproblems sind viele weitere Faktoren wichtig. Die notwendige Gesamtzeit sollte eingehalten werden. Außerdem wollen wir, dass das Flugzeug möglichst unnötige Kurven vermeidet. Ebenso möchten wir, dass die Flughöhe innerhalb vorgeschriebener Grenzen bleibt. Darüber hinaus wollen wir den Treibstoffverbrauch so gering wie möglich halten.

Das optimale Steuerungsproblem für jedes Flugzeug kann also wie folgt formuliert werden: Minimierung der Zielfunktion unter Berücksichtigung der Gleichungen der Flugzeugdynamik sowie aller Nebenbedingungen.

Um Konflikte zwischen mehreren Flugzeugen im Sektor S zu lösen, führen wir die Differentialgleichungen, Zielfunktionen und Nebenbedingungen aller Flugzeuge zu einem gesamten optimalen Steuerungsproblem zusammen. Für das Gesamtproblem führen wir die paarweisen räumlichen Restriktionen ein, die sicherstellen, dass der Sicherheitsabstand zwischen allen Flugzeugen zu jeder Zeit eingehalten wird. Diese paarweisen Einschränkungen kann man sich wie Sicherheitsellipsoide um jedes Flugzeug vorstellen. Auch das Einfädeln mehrerer Flugzeuge beim Landeanflug führt auf weitere räumliche und zeitliche Abstandsbeschränkungen.

Das Gesamtproblem ist aufgrund seiner hohen Dimension und der einzuhaltenden räumlichen und zeitlichen Beschränkungen sehr schwierig zu lösen, kann aber mit an der Universität Heidelberg entwickelten Methoden der optimalen Steuerung, die die speziellen Strukturen der zugrundeliegenden Probleme ausnutzen, sehr effizient gelöst werden.^{39 40 41}

Die mit dem Computer erhaltenen Lösungen haben ein sehr hohes Potenzial für die Berechnung von kollisionsfreien und CO₂-effizienten Flugbahnen, siehe Abb. 64 und 65

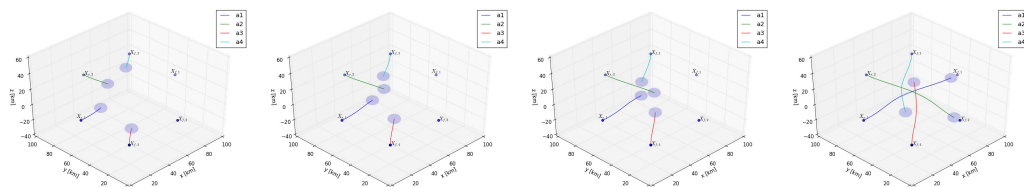


Abbildung 64: Kollisionsfreie und CO₂-effiziente Flugbahnen in einem Sektor S .

Optimale Lösungen reduzieren Verspätungen im System und deren Dominoeffekte. Flugumwege werden reduziert, was eine bessere Ausnutzung des Luftraums und weitere Treibstoffeinsparungen ermöglicht.

³⁹M. Schubert, *Optimal Control of 3D Separation Management*, Master thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2017

⁴⁰V. Semenov, *Multi-Stage Strategy to Numerical Trajectory Optimization for Multiple Aircraft Approaching an Airport*, Master thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2019.

⁴¹A. Raptakis, *Optimization of Flight Trajectories of an Aircraft with Respect to Fuel Consumption*, Master thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2020.

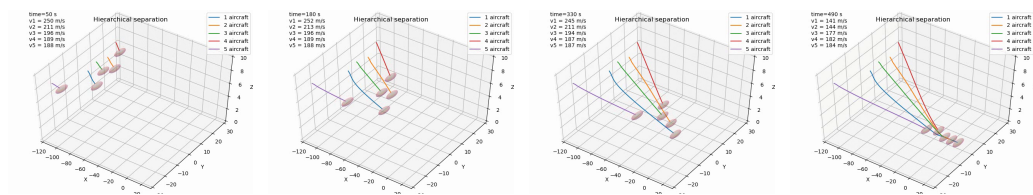


Abbildung 65: Kollisionsfreie und CO₂-effiziente Flugbahnen beim Landeanflug.

Aktuelle und zukünftige Arbeiten

Für den praktischen Einsatz ist das oben beschriebene Modell leider noch zu einfach und muss erheblich erweitert werden. Unterschiedliche Flugzeugtypen haben spezifische Verbrauchswerte und unterscheiden sich oft deutlich in ihrem aerodynamischen Flug- und Steuerungsverhalten. Außerdem müssen äußere Einflüsse, die auf das Flugverhalten wirken wie Wind- und Wetterverhältnisse modelliert und berücksichtigt werden. Solche externen Einflüsse sind Störungen und mögliche Fehlerquellen, die nicht oder nicht genau vorhersehbar sind. Wind- und Wetterlage können sich lokal schnell ändern und die Flugdynamik stark beeinflussen (Turbulenzen, Seitenwinde, Scherwinde). Um diese Faktoren zu berücksichtigen, muss die aktuelle Situation sehr schnell und zuverlässig bewertet und quantifiziert und die optimale Lösung mit Echtzeitmethoden an die Störung angepasst werde („Feedback“). Bei der Entwicklung solcher Methoden haben wir in den letzten Jahren bereits enorme Fortschritte gemacht.

Unser Forschungsziel ist es, in Kooperation mit den Einrichtungen der Flugsicherung und den Fluggesellschaften, leistungsfähige Entscheidungsunterstützungssysteme zu entwickeln, die die vielfältigen Herausforderungen an den Flugverkehr der Zukunft auf mathematisch optimale Weise bewältigen helfen. Dafür brauchen wir hochmotivierten wissenschaftlichen Nachwuchs, der sich für die mathematische Optimierungstheorie ebenso wie für die Modellierung der physikalisch-technischen Prozesse spannender Anwendungen begeistert!